水道システムの更新計画に関する評価モデルの開発

公共システム研究室　松岡良彦

1．はじめに

高度経済成長期に布設された多くの水道システムが更新時期を迎えている．このため，財源が逼迫している現状では，長期的な視点に立った更新計画の策定が重要である．更新計画の策定に際して, システムを構成する要素が互いに独立であり，相互関係をもたない場合には，各構成要素について最適な更新計画を策定すればよい．しかし，一般の水道システムでは，構成要素の間に何らかの相互関係がある．このため，全ての構成要素に対する「更新する」か「更新しない」かの組み合わせの中から総期待割引コストが最小となる政策を見出すことが必要となる．しかし，この方法は膨大な計算量を要し，大規模なシステムには対応できない．この点を克服するために遺伝的アルゴリズムなどの手法や経験に基づく手法が提案されているが，最適解が得られる保証は必ずしもない．本研究では水道システムの総期待割引コストを最小とする更新計画を, 動的計画法により構築する．これにより，計算不可能な大規模システムにおいても何らかの方法により導出された結果が総期待割引コスト最小化の条件や式を満たしているかを評価することが可能となる．

2．給水施設の更新モデル

1)　給水施設の特性

給水施設とは，配水管から各家庭までを結ぶ給水管や止水栓を指す．給水施設では，各施設の機能は他の施設と独立と考えられるが，その量の多さから点検や更新をまとめて実施せざるを得ない．よって，これらの行動の共時性という意味での相互関係を有する．

2)　モデルの定式化

構成要素の集合をG，任意の構成要素を$n(\in G)$，その漏水量をi_nで表す．各構成要素は 0,1,…,s+1 の離散的な状態のいずれかにあるとする．ここで，0 は新品同様であり，1,…,s+1 は番号が大きいほど漏水が進行しているものとする．水道システムの状態を$I=(x_0, x_1, \ldots, x_{s+1})$とする．$x_i$は漏水量が$i$である構成要素の個数を表す．また，当該の構成要素$n$を除いた水道システムの状態を$I^{-n}=(x_0^{-n}, x_1^{-n}, \ldots, x_{s+1}^{-n})$で 表す. なお, x_i^{-n}は以下のように表される.

$$x_i^{-n} = \begin{cases} x_i - 1 & (i_n = i\text{のとき}) \\ x_i & (\text{それ以外のとき}) \end{cases} \tag{1}$$

点検費用をAとする．点検を行った際には，更新を行うことができ, その費用を$c(i)$とする. また, 更新しない場合, $l(i)$の運転費用(漏水による社会的費用を含む)を要し，次期には，劣化確率$p(j|i)$で漏水が成長する．点検後，次回に点検するまでの期間Tを決定するものとする．以上から，総期待割引コストの総和を最小とする点検期間は次式により導出される．

$$\min_T v(I;T;0) = \sum_{i=0}^{s+1} x_i V(i, I - e_i; T; 0) \tag{2}$$

ここに，$v(I;T;0)$は水道システムの状態がIであり，次回の点検までの期間がTであるときのシステム全体の総期待割引コストを表している．e_iはi成分のみが 1 でその他は 0 であるベクトルである．$V(i,I^{-n};T;0)$は漏水量がiである構成要素の総期待割引コストであり，以下のように定式化される．

$$V(i, I^{-n}; T; 0) = \min[c(i) + H(0, F(I^{-n}); T; 0), H(i, I^{-n}; T; 0)] \tag{3}$$

(3)式の右辺第一項は更新を行った場合，第二項は更新を行わなかった場合の総期待割引コストである．$H(i,I^{-n},T;0)$は次式のように定式化できる．

$$\begin{aligned} H(i, I^{-n}; T; 0) = {} & l(i) + \sum_{t=1}^{T-1} \beta^t \sum_{j=i}^{s+1} \sum_{y \in \bar{Y}_j} p(j|i) q_i (J^{-n} | F(I^{-n}))(t) l(j) \\ & + \sum_{t=1}^{T} \beta^t \sum_{j=i}^{s+1} \sum_{y \in Y_j} p(j|i) q_i (J^{-n} | F(I^{-n}))(t) \{A + V(j, J^{-n}; T; 0)\} \end{aligned} \tag{4}$$

$F(I^{-n})$はIにおいて更新すべき構成要素を更新した後の状態である．また，$q_i(J^{-n}|F(I^{-n}))(t)$は当該の構成要素の漏水量がi，他の水道システムの状態が

$F(\Gamma^n)$であるとき，t期まで点検をせず，t期後に他の水道システムの状態がΓ^nとなる確率である．βは割引因子である．

以上より，(2)式において求められる T が最適な点検期間であり, (3)式において"min"の中の第一項が第二項より小さくなる漏水量が更新を行うべき漏水量である．

3)　事例分析

数値例としてある都市の実データを用いて，その都市に属する二つの区域に対して更新計画を導出した．計算において，漏水量を「0：0≤l≤5(m³/日)」,「1：5<l≤20(m³/日)」,「2：20<l≤50(m³/日)」,「3：l>50(m³/日)」の 4 状態に分類した．

その結果，両区域ともに漏水量が 0 の構成要素に関しては更新を行わず，漏水量が 1，2，3 にある構成要素に関しては更新を行うという結果が得られた．また, 次回の点検は A 区域では 4 期(1 年)後，B 区域では 3 期(9 ヶ月)後に行うことが最適であるという結果が得られた．対象とした 2 区域では,「一年に一度漏水調査を行い，その際に発見された漏水はその時点で更新する」という計画が経験に基づいて実施されており，本数値例で得られた結果と近い更新計画が実施されているといえる．

3．管路の更新モデル

1)　管路の特性

配水管などの管路は，各管路がネットワーク状に構成されており，各構成要素の機能は他と相互関係を有している．このため，通水に関する上下流の関係が重要となる．

2)　モデルの定式化

水道システムの状態を$I=(i_n \mid n\in G)$で表す．構成要素nの更新には$c_n(I,S)$の費用を要し，更新した場合には次期に劣化状態が 0 となる．ここで，Sは更新する構成要素の集合である．更新を行わない場合には$l_n(I)$の費用が発生し，次期には確率$p_n(j_n|i_n)$で劣化状態j_nに推移する．水道システムの状態がIであるときの総期待割引コストを$V(I)$とすると, それは以下のように定式化できる．

$$V(I) = \min_{S\subset G}[\sum_{n\in S} c_n(I,S) + \sum_{n\in G\setminus S} l_n(I) + \beta \sum_{j_1=i_1}^{s+1}\sum_{j_2=i_2}^{s+1}\cdots\prod_{n\in G} p_n(j_n \mid i_n)V(J(S))) \tag{5}$$

ここで，$J(S)$は集合Sに含まれる構成要素の劣化状態が 0 であり，その他の劣化状態が$j_n(n\notin S)$である水道システムの状態であり，次式で表される．

$$J(S) = \begin{cases} j_n(n\notin S) \\ 0(n\in S) \end{cases} \tag{6}$$

3)　数値例

構成要素の相互関係が異なる以下の 3 ケースについて計算を行った. ケースの番号が小さいほど,機能に関する相互関係が大きくなっている．その結果を以下の図 1 に示す.

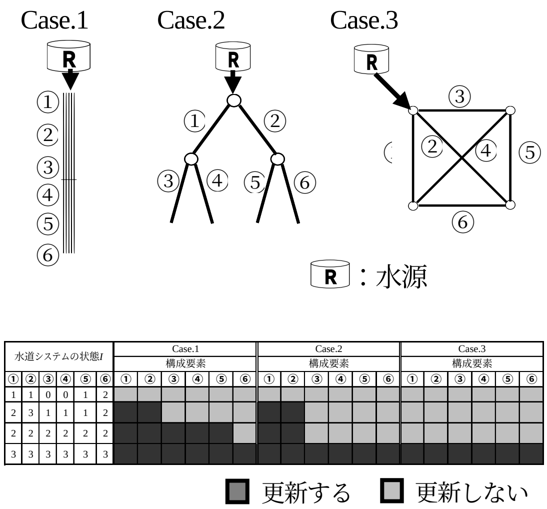

図 1 更新計画

図 1 より，すべての構成要素の劣化状態が 2 である構成要素の行動に違いが見られた．Case.3 では全て更新しないという結果が得られたが，Case.1 では構成要素①〜⑤，Case.2 では①，②に関しては更新を行うという結果が得られた．これは，Case.1，2 では上流側に位置する構成要素が下流側に影響を及ぼすのに対して，Case.3 では，一部の構成要素の故障した場合であっても，他の構成要素への通水が可能であるため，Case.1，2 と比べ，発生する付加的な費用が少ないためであると考えられる．

4.　おわりに

本モデルは，現在実施されている更新計画が総期待割引コスト最小化の観点から最適な更新計画であるかを評価する基準として用いることが可能である．