情報化社会における均衡都市形状分析

小西俊作[†]　　太田充[‡]

平成 19 年 11 月 15 日

1　はじめに

近年，東京都市圏において企業の業務単位の都市圏内再配置の動きが顕著に見られるようになってきた。一つの企業が業務単位でその立地を決定できるようになってきた背景には離れた場所と業務通信を可能とする情報通信技術の進歩が深く関わっている。交通技術の発展 [5] がそうであったように，都市の空間構造は利用可能な技術の発達によって大きく影響を受けていると考えられる。本論文の先行研究である Ota(1993)[6] は企業の分離立地を考慮して，企業のフロント・オフィス（本社機能，経営戦略部，etc.）とバック・オフィス（支社機能，工場，etc.），そして家計によって構成される 11 パターンの都市形状の一般均衡モデルを構築している。しかしながら，そのうち 5 つの都市形状パターンがフロント・オフィスに占有されるエリアとバック・オフィスに占有されるエリアが隣接しており，実際にそのようなケースが観測されることは極めて稀である。何故なら企業がフロント・オフィスとバック・オフィスを分離立地させることを選択した場合，その二つのオフィスの距離が例え僅かだとしても専用回線や通信用サーバといった企業内通信を行うための設備投資，いわゆる固定費用が発生してしまい，隣接して分業立地するくらいなら統合立地した方が企業にベターな選択肢となるからである。故に企業はバック・オフィスを郊外へ移転させることにより，固定費用を上回る土地費用の節約が望める場合においてのみ分離立地を選択する。例えば，先進国の多くの大企業は業務の一部を郊外に移転させており，本論文においては先述の研究 [6] を拡張し，より現実的な都市形状パターンの一般均衡モデルの構築を試みるとともに，企業内通信にかかる固定費用 K が都市形状に与える影響について分析・考察することを目的とする。

2　モデル

本論文では都市は空間 X 上に形成され，同質な企業とその企業に通勤する家計によって構成されていると考える。各企業は情報を集積させ新たなサービス，あるいは

[†]学生会員 筑波大学大学院システム情報工学研究科
[‡]正会員 筑波大学大学院システム情報工学研究科

財を生産するフロント・オフィスと，フロント・オフィスと定期的に情報交換を行い業務を行うバック・オフィスによって構成される。二つのオフィスは業務上のコミュニケーションと経営サービスの交換を行うために企業内通信を行うと仮定する。一方，家計は企業に労働力を提供して賃金を得る。全ての土地は不在地主によって所有され，家計や企業が存在しない土地は一定地代 R_A で農業が営まれるものとする。空間 X は幅 1 の帯状の空間と仮定し，1 次元空間のように扱うことができるように設定する。さらに，土地市場と労働市場において完全競争を仮定し，都市の空間的な均衡都市形状は競争土地市場および競争労働市場を通じて決定される。以下において家計と企業の詳細について記述する。

2.1 家計

この都市には N 個の同質な家計が存在し，それらは面積 S の土地と Z の量の合成財を消費してその効用は $U(S,Z)$ で与えられる。本論文では簡略化のために，全ての家計は同一面積 S_h の土地を所有し，さらに合成財は一定価格 1 でこの都市空間の外部から移入されるものと仮定する。ここで，家計が $x_w \in X$ の地点へ通勤する場合，家計の予算制約式は下式 (1) で表される。

$$Z + R(x)S_h + T(x, x_w) = W(x_w) \tag{1}$$

ここで $T(x, x_w)$ は x から x_w への通勤コストであり，$W(x_w)$ は x_w における賃金を表す。居住面積は S_h で固定されているので，各家計の効用最大化は，x と x_w を選択することによって下式 (2) で表される合成財の消費量を最大化することと同じ意味を持つ。

$$Z(x, x_w) = W(x_w) - R(x)S_h - T(x, x_w) \tag{2}$$

2.2 企業

この都市には M 個の同質な企業が存在し，それぞれの企業は同タイプのサービス，あるいは財を生産し，一定の価格 1 で都市の外部へ移出している。前述のように各企業はフロント・オフィスとバック・オフィスによって構成されており，二つの機能は業務上のコミュニケーションと情報サービスの交換を行うために企業内通信を行う。その関係を下図 1 に表す。

企業が $x \in X$ にフロント・オフィス，$y \in X$ にバック・オフィスの立地点を定めたとき，その企業には $\Gamma(x,y)$ の企業内通信コストが発生する。このような企業内通信コストは二つのオフィスが同一地点に立地した場合は発生しないと仮定し，すなわち全ての $x \in X$ において $\Gamma(x,x) = 0$ となる。

フロント・オフィスは他の企業のフロント・オフィスと活発にフェイス・トゥ・フェイスのコミュニケーションによる情報交換を行い新たな知識・情報の創造に努める。

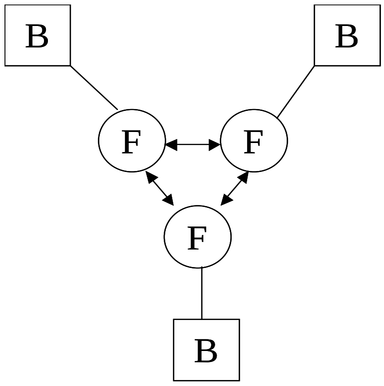

図 1: フロント・オフィスとバック・オフィスとの関係

このコミュニケーションを単位時間あたり接触回数 q と定義し計測できるものと仮定し，フロント・オフィスは最適な接触回数 q^* を選択する。

フロント・オフィスとバック・オフィスはそれぞれ一定の面積 S_f, S_b の土地と労働力 L_f, L_b を必要とすると仮定する。(S_f, S_b, L_f, L_b は全て正の定数として与えられる。) $R(x)$ と $W(x)$ はそれぞれ $x \in X$ における地代と賃金率を表す。ここで，地点 x にフロント・オフィス，y にバック・オフィスを立地させる企業で，z に立地する全ての他の企業のフロント・オフィスとの接触回数を $q(x,z)$ とすると，この企業の単位時間あたり利潤関数 Π は以下の式 (3) のように表せる。

$$\begin{aligned}\Pi(x,y,q(x,\cdot)) &= \int_X V[q(x,z)]f(z)dz - \int_X c(x,z)q(x,z)f(z)dz \\ &\quad -R(x)S_f - R(y)S_b - W(x)L_f - W(y)L_b - \Gamma(x,y). \end{aligned} \tag{3}$$

ここで $V[q(x,z)]$ は地点 x に立地するフロント・オフィスにとって地点 z にある他の企業のフロント・オフィスとの接触回数 $q(x,z)$ によってもたらせる収入に対する寄与であり，$c(x,z)$ は x と z の間の接触に必要なコストである。ここで $f(x)$ はフロント・オフィスの地点 x における密度分布を表す。すなわち (3) 式の右辺第一，二項はフロント・オフィス間コミュニケーションがもたらす合計収入と合計費用を表している。第三〜六項は地代と賃金支出，第七項は企業内通信コストを表している。

各企業はこの利潤関数 $\Pi(x,y,q(x,\cdot))$ を最大化するためにフロント・オフィスの立地点 x，バック・オフィスの立地点 y，接触回数 $q(x,\cdot)$ を選択する。ここで式 (3) の第一，二項をまとめると下式のように書き直せる。

$$\int_X V[q(x,z)]f(z)dz - \int_X c(x,z)q(x,z)f(z)dz = \int_X \{V[q(x,z)] - c(x,z)q(x,z)\}f(z)dz. \tag{4}$$

故に，x と z の組み合わせに対して最適な $q(x,z)$ は関数 $f(x)$ と独立して決定することができる。すなわち，各 $c \in \Re_+$ に対して 最適な $q^*(c)$ を次の最大化問題の解と置き換えることができる。

$$\max_q V(q) \quad subject\ to\ q \geq 0. \tag{5}$$

上式 (5) で算出された最適な接触回数 q^* は $q^*[c(x,y)]$ と表現でき，$c \in \Re_+$ に対して近接度数 $a(c)$ を以下のように定義する。

$$a(c) \equiv V[q^*(c)] - cq^*(c). \tag{6}$$

よって，最大利潤 $\Pi(x,y) \equiv \Pi(x,y,q^*[c(x,y)])$ は以下の式 (7) で与えられる。

$$\Pi(x,y) = A(x) - R(x)S_f - R(y)S_b - W(x)L_f - W(y)L_b - \Gamma(x,y). \tag{7}$$

ここで $A(x)$ は地点 $x \in X$ における総合近接度指数であり，次のように定義する。

$$A(x) = \int_X a[c(x,z)]f(z)dz. \tag{8}$$

式 (7) と与えられた関数 $A(\cdot), R(\cdot), W(\cdot)$, から各企業は $\Pi(x,y)$ を最大化するようにフロント・オフィスの立地点 x，バック・オフィスの立地点 y を選択する。都市の均衡形状は M 個の企業が全て同じ最大利潤を得て，同じく与えられた N 個の家計全てが同じ最大効用を得て，全ての地点で土地と労働市場が清算されたときに達成される。ここで N, M は外生であり，均衡においては完全雇用を想定し，以下のように仮定する。

$$N = (L_f + L_b)M. \tag{9}$$

2.3　分権的企業行動によるモデルの再定式化

本論文のおけるモデルは，企業を構成するフロント・オフィスとバック・オフィスが 2 つの異なる立地点を選択する場合がある（$x \neq y$）。このような企業行動を説明するために，x と y におけるお互いが交換するサービス価格の差額，シャドープライス関数 $P(x), P(y)$ を定義することにより，フロント・オフィスとバック・オフィスのナッシュ均衡状態での立地点の組み合わせを満たす利潤関数を以下のように再定式化している。

$$\Pi_f(x|y) = A(x) - R(x)S_f - W(x)L_f - \Gamma(x,y) - P(y), \tag{10}$$

$$\Pi_b(y|x) = P(x) - R(y)S_b - W(y)L_b - \Gamma(x,y). \tag{11}$$

ここで，$\Gamma(x,y)$ はフロント・オフィスとバック・オフィスの間の企業内通信コストであり，一つの企業において一つしか発生しないものであるが，上式 (10),(11) を見るとどちらにも計上されている。これはどちらのオフィスが移動してもその距離に応じて同額のコストが発生することから由来するもので，この二重計算は各企業の最適な立地点の組み合わせをナッシュ均衡立地点の組み合わせとして維持するために欠かせない計算上の工夫である。この工夫を加えることが企業全体の利潤関数と矛盾を来たさないために $P(x), P(y)$ の項によって補正が行われている。（詳細については [6] を参照のこと）

3　均衡条件

$h(x), f(x), b(x)$ はそれぞれ各地点 $x \in X$ における家計，フロント・オフィス，バック・オフィスの密度分布関数を表す。また，$R(x), W(x)$ は各地点 $x \in X$ における地代と賃金率を表す。さらに $P(x)$ は各地点 $x \in X$ におけるフロント・オフィスとバック・オフィスが交換するサービスの差額を表す。

$h(x), f(x), b(x)$ が与えられた場合，それぞれが正である地点の集合を以下のように定義する。

$$\begin{aligned} h_+ &\equiv \{x \in X : h(x) > 0\}, \\ f_+ &\equiv \{x \in X : f(x) > 0\}, \\ b_+ &\equiv \{x \in X : b(x) > 0\}. \end{aligned} \tag{12}$$

$x = x_f(y)$ はバック・オフィスを y に配置している企業がフロント・オフィスを x に配置していることを表し，$y = y_b(x)$ はフロント・オフィスを x に配置している企業がバック・オフィスを y に配置していることを表している。ここで $x_f(y_b(x)) = x$ がほとんどの $x \in f_+$ について成り立ち，互いに逆関数の関係にあることを意味している。さらに $x_w = C(x)$ は x に居住する家計が x_w に立地しているフロント・オフィスかバック・オフィスに通勤していることを意味している。

また，$\pi_f(y)$ はバック・オフィスが $y \in X$ に立地しているときのフロント・オフィスの（影の）利潤関数を表し，$\pi_b(x)$ はフロント・オフィスが $x \in X$ に立地しているときのバック・オフィスの（影の）利潤関数を表す。最後に Z は家計あたりの合成財の消費量であり，均衡においては全ての家計で同じ値になっていなければならない。

3.1　付け値関数

都市経済学の分野では通常，都市形状の均衡条件は付け値関数の概念を利用することによって求められる。各家計の目的関数は式 (2) によって与えられ，家計の付け値関数を次のように定義する。

$$\Psi(x : x_w, Z, W(x_w)) = \frac{W(x_w) - T(x, x_w) - Z}{S_h}. \tag{13}$$

次に式 (10) によってあたえらるフロント・オフィスの利潤関数から，フロント・オフィスの付け値関数を次のように定義する。

$$\Phi_f(x : y, A(x), W(x), P(y), \pi_f) = \frac{A(x) - W(x)L_f - \Gamma(x, y) - P(y) - \pi_f}{S_f}. \tag{14}$$

同様に式 (11) によってあたえらるバック・オフィスの利潤関数から，バック・オフィスの付け値関数を次のように定義する。

$$\Phi_b(y : x, P(x), W(y), \pi_b) = \frac{P(x) - W(y)L_b - \Gamma(x, y) - \pi_b}{S_b}. \tag{15}$$

3.2　一般均衡モデル

まず,「一般均衡 (general equilibrium)」の意味について整理しておきたい。「均衡」とはシステムにおける「バランス」を一般的に意味しており，物理学においてはすべての力はバランスし，動きの傾向はない。経済においてはすべての経済的動機が完全にバランスし，消費者，企業にとって均衡から動こうとする経済的動機はもはやないという状況が「均衡」である。ここで重要な点は 2 点ある。第 1 点は「経済」というシステム全体（企業と消費者）を一挙に，同時に考えるのであり，部分ごとに考えるのではない。これが「一般」の意味である。第 2 点として（人間や社会のことであるから）この均衡を作りだす原因ないしはメカニズムがなくてはならない。それは経済主体は価格に導かれて経済行動を行うということ，しかも価格自体は与えられたものとして行動するということである。この仮定は常に成立しているわけではないが，一応は妥当なものとして仮定して始める。これを「完全競争」の仮定という。したがって,「一般的競争均衡」とは諸価格の集まり（価格体系）がすべての経済主体の均衡を実現するようにある値をとっている状態と定義される。すなわち，一般均衡都市形状モデルは経済主体の経済行動のバランスを実現するような価格体系の値（地代，賃金, etc.）と，それによって決定された経済行動（立地点，通勤地，etc.）の諸量の集まりのことである。

従って均衡都市形状を以下のように定義する。

$$(h^*(x), f^*(x), b^*(x), R^*(x), W^*(x), P^*(x), C^*(x), x_f^*(y), y_b^*(x), \pi_f^*(x), \pi_b^*(x), Z^* : x, y \in X). \tag{16}$$

この均衡条件を示すために，さらにいくつかの関数を導入する。まず，各 $x, y, x_w \in X$ に対して以下のように定義する。

$$A(x)^* \equiv \int_X a[c(x,z)]f^*(x)dz, \tag{17}$$

$$\Psi^*(x|x_w) \equiv \Psi(x : x_w, Z^*, W^*(x_w)), \tag{18}$$

$$\Phi_f^*(x|y) \equiv \Phi_f(x : y, A^*(x), W^*(x), P^*(y), \pi_f^*(y)), \tag{19}$$

$$\Phi_b^*(y|x) \equiv \Phi_f(y : x, W^*(y), P^*(x), \pi_b^*(x)), \tag{20}$$

$$\Pi^*(x,y) \equiv A^*(x) - R^*(x)S_f - W^*(x)L_f - R^*(y)S_b - W^*(y)L_b - \Gamma(x,y). \tag{21}$$

都市形状 (16) において $A^*(x)$ はフロント･オフィスの近接関数である。[1] さらに $\Psi^*(x), \Phi_f^*(x)$, $\Phi_b^*(x)$ はそれぞれ家計，フロント・オフィス，バックオフィスの付け値関数を表わし，

[1] 関数 $A^*(x)$ を導入することにより，都市のどこに立地すると集中のメリットを享受できるかはすべて企業がどこに立地しているかによって決定されるため，あらかじめ都心を決定できる利点がある。詳しくは [4] 参照のこと

$\Pi^*(x,y)$ は企業の利潤関数を表わす。

$$h_+^* \equiv \{x \in X : h^*(x) > 0\}, \tag{22}$$

$$f_+^* \equiv \{x \in X : f^*(x) > 0\}, \tag{23}$$

$$b_+^* \equiv \{x \in X : b^*(x) > 0\}. \tag{24}$$

$$\Psi^*(x) \equiv \underset{x_w \in X}{max}\, \Psi^*(x|x_w), \tag{25}$$

$$\Phi_f^*(x) \equiv \underset{y \in b_+^*}{max} \Phi_f^*(x|y), \tag{26}$$

$$\Phi_b^*(y) \equiv \underset{x \in f_+^*}{max} \Phi_b^*(y|x). \tag{27}$$

式 (24) の b_+^* の定義から，M 個の企業はすべて b_+^* の中にある地点にバック・オフィスを配置している。定義 (19) よりからフロント・オフィスは地点 y のバック・オフィスと共同して影の利潤関数 $pi_f^*(y)$ を得なければならない。同様に，式 (23) の f_+^* の定義から，M 個の企業はすべて f_+^* の中にある地点にフロント・オフィスを持っている。定義 (20) よりからバック・オフィスは地点 x のフロント・オフィスと共同して影の利潤関数 $pi_b^*(x)$ を得なければならない。

これで一通り，均衡条件を記述する準備が整った。簡潔に記すと，都市形状はこの都市の全ての地点において土地と労働の需要と供給が釣り合ったとき，すなわちこの都市の全ての地点が最も高い地代を支払い得る主体に占められたときに均衡する。具体的には以下の条件式を満たすなら，式 (16) は都市のナッシュ均衡形状を表わすことになる。

(a) 土地市場均衡条件

$$R^*(x) = max\{\Psi^*(x), \Phi_f^*(x), \Phi_b^*(x), R_A\}, \tag{28}$$

$$h^*(x) > 0 \Rightarrow \Psi^*(x|C^*(x)) = R^*(x), \tag{29}$$

$$f^*(x) > 0 \Rightarrow \Phi_f^*(x|y_b^*(x)) = R^*(x), \tag{30}$$

$$b^*(x) > 0 \Rightarrow \Phi_b^*(x|x_f^*(x)) = R^*(x), \tag{31}$$

$$h^*(x)S_h + f^*(x)S_f + b^*(x)S_b \leq 1, \tag{32}$$

$$R^*(x) > R_A \Rightarrow h^*(x)S_h + f^*(x)S_f + b^*(x)S_b = 1. \tag{33}$$

(b) 労働市場均衡条件

$$C^*(h_+^*) = f_+^* \cap b_+^*, \tag{34}$$

$$\int_B h^*(x)dx = \int_{C^*(B)} (f^*(x)L_f + b^*(x)L_b)dx$$
$$for\, every\, measurable\, subset\, B\, of\, h_+^*. \tag{35}$$

(c) 企業の立地均衡条件

$$x_f^*(b_+^*) = f_+^*,\, y_b^*(f_+^*) = b_+^*,\, and\, x_f^*(y_b^*(x)) = x \quad for\, almost\, all\, x \in f_+^*, \tag{36}$$

$$\int_B f^*(x)dx = \int_{y_b^*(B)} b^*(x)dx \\ for\, every\, measurable\, subset\, B\, of\, f_+^*. \tag{37}$$

(d) 人口均衡条件

$$\int_X h^*(x)dx = N, \tag{38}$$

$$\int_X f^*(x)dx = M = \int_X b^*(x)dx \quad where\, N = (L_f + L_b)M. \tag{39}$$

3.3 線形モデル

本論文では都市形状の均衡解を算出するために，いくつかの仮説に基づく特別なケースについて考察する。

$$X \in \Re, \tag{40}$$

$$T(x,y) = t|x-y|, \tag{41}$$

$$\Gamma(x,y) = \gamma|x-y| + \delta(x,y), \tag{42}$$

$$where\, \delta(x,y) = \begin{cases} 0 & if\, x = y \\ 1 & if\, x \neq y, \end{cases}$$

$$a[c(x,y)] = \beta - \alpha|x-y|. \tag{43}$$

ここで各種パラメータ t, γ, α, β は正の実数である。式 (40) は一次元の線状分布を，そして式 (41) は線形の通勤コストを表わしている。式 (42) は線形企業内通信コストを表わしており，これはフロント・オフィスとバック・オフィスが離れて立地する際には固定費用 K が発生することを意味する。式 (43) は線形近接度指数を表わし，ある企業のフロント・オフィスと他の企業のフロント・オフィスとの通信コストは線形の場合，距離の総和に比例して増加するという考え方に基づく。式 (40) から式 (43) まで全て線形関数であることから，このモデルを線形モデルと呼ぶことにする。

4 計算結果例

均衡都市形状を算出するにあたり，その計算過程は長く複雑であるため，本論文では特徴的な 2 種類の形状パターン（A と F'）を紹介し，それぞれがどのような条件下で均衡形状を維持しうるのかについて考察・分析する。分析に先立ち，均衡解に一意

性をもたせるために合成財の均衡消費量 $Z^* = \bar{Z}$ とし，複雑な計算式を読みやすくするために以下の等式 (44) を定義する。

$$S \equiv S_f + S_b, \qquad L \equiv L_f + L_b \tag{44}$$

4.1 パターン A

右半分が図 2 に示されるような左右対称の都市形状について考察する。F はフロント・オフィスが立地する空間，B はバック・オフィスが立地する空間，H は家計が立地する空間である。3 つの主体が都市空間 $[-x_1, x_1]$ 上に均一の密度で分布しており，それぞれの均衡分布密度関数は

$$h^*(x) = \begin{cases} L/(S + S_h L) & for\, |x| \leq x_1 \\ 0 & for\, elsewhere, \end{cases} \tag{45}$$

$$f^*(x) = \begin{cases} 1/(S + S_h L) & for\, |x| \leq x_1 \\ 0 & for\, elsewhere, \end{cases} \tag{46}$$

$$b^*(x) = \begin{cases} 1/(S + S_h L) & for\, |x| \leq x_1 \\ 0 & for\, elsewhere. \end{cases} \tag{47}$$

さらに人口制約式 (38),(39) より，

$$x_1 = (S + S_h L)M/2. \tag{48}$$

以上の式 (45)〜(48) で表わされる都市形状をパターン A とする。ここで式 (17), (46),(48) を用いると，近接密度関数 $A^*(x)$ は下式 (49) となる。

$$A(x) = \begin{cases} M\beta - M\alpha|x| & for\, |x| \leq x_1 \\ M\beta - \frac{1}{4}(S + S_h L)M^2\alpha - \frac{\alpha}{(S+S_h L)}x^2 & for\, elsewhere, \end{cases} \tag{49}$$

パターン A においては各企業のフロント・オフィスとバック・オフィスは同じ場所に立地していなければならない。（つまり $f_+^* \cap b_+^*$）それぞれのオフィスの立地反応関数 $x_f^*(y), y_b^*(x)$ は同一の関数となるため，以下の式が得られる。

$$x_f^*(y) = y\; for\, all\, y \in\, b_+^*, \qquad y_b^*(x) = x\; for\, all\, x \in\, f_+^*. \tag{50}$$

また，家計の通勤反応関数 $C^*(x)$ は下式の通りとなる。

$$C^*(x) = x\; for\, |x| \leq x_1. \tag{51}$$

パターン A においては全ての主体が同じ場所に立地する。故に各々の均衡付け値関数は都市空間 $x \in [-x_1, x_1]$ において同じ関数形を持つはずであり，以下の関係式を定義できる。

$$\Psi^*(x|x_w) = \Phi_f^*(x|x) = \Phi_b^*(x|x). \tag{52}$$

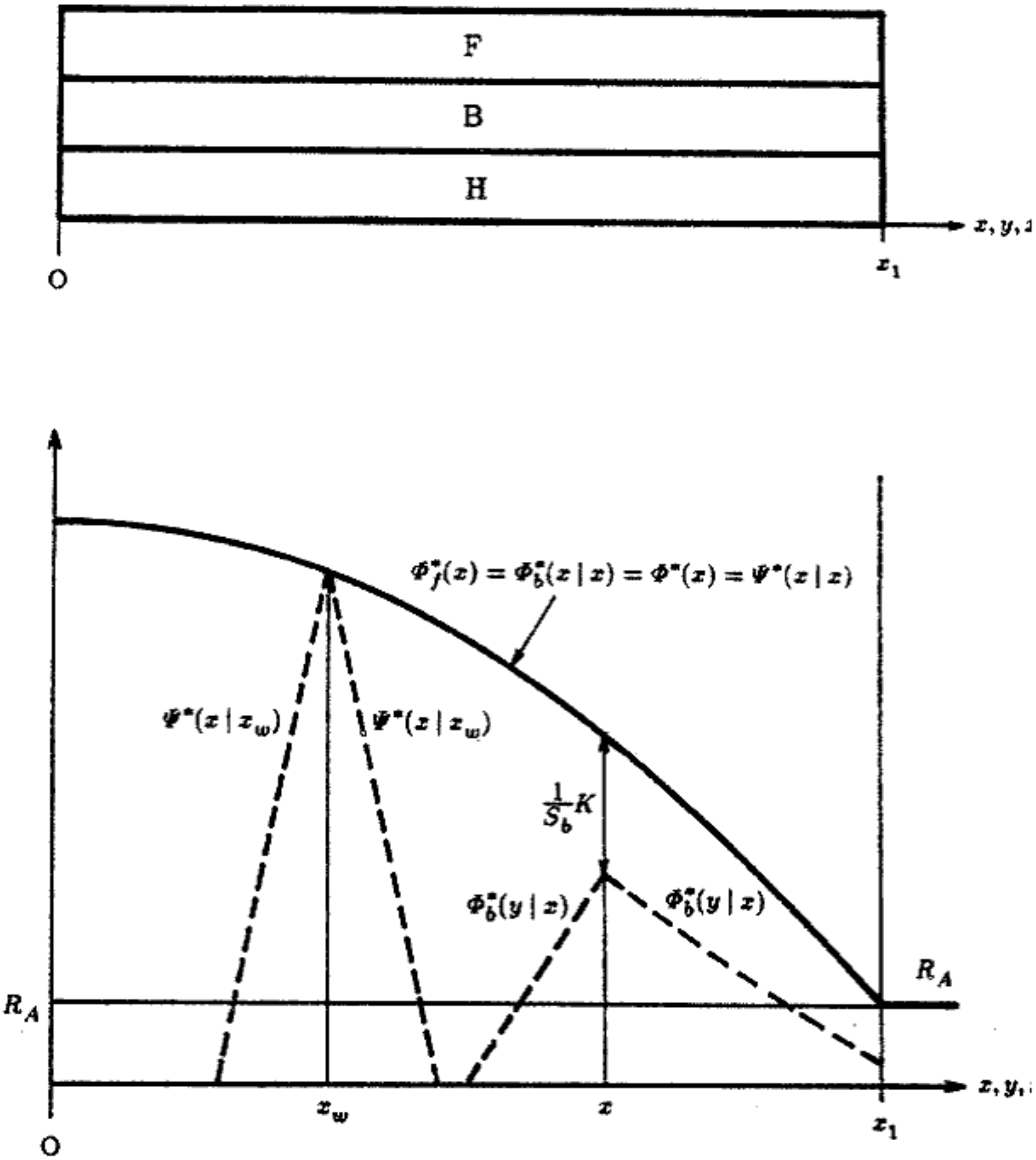
F
B
H
O
x_1
$\Phi_f^*(x) = \Phi_b^*(x \mid x) = \Phi^*(x) = \Psi^*(x \mid x)$
$\Psi^*(x \mid x_w)$
$\Psi^*(x \mid x_w)$
$\frac{1}{S_b}K$
$\Phi_b^*(y \mid x)$
$\Phi_b^*(y \mid x)$
R_A
R_A
x_w
x
x_1
O

図 2: パターン A

ここで，$Z=\bar{Z}, \pi_f^*(x)=\pi_f^*, \pi_b^*(x)=\pi_b^*$ とおき，式 (13)〜(15),(18)〜(20) を用いるとパターン A における家計，フロント・オフィス，バック・オフィスの均衡付け値関数は以下の通りとなる。（ただし，$\bar{Z}, \pi_f, \pi_b$ は未知とする）

$$\Psi^*(x|x)=\frac{W^*(x_w)-\bar{Z}}{S_h}, \tag{53}$$

$$\Phi_f^*(x|x)=\frac{A^*(x)-W^*(x)L_f-P^*(y)-\pi_f^*}{S_f}, \tag{54}$$

$$\Phi_b^*(x|x)=\frac{P^*(x)-W^*(y)L_b-\pi_b^*}{S_b}. \tag{55}$$

ここで均衡付け値関数を算出する準備が整ったので，上式 (52)〜(55) の連立方程式を $P^*(x), W^*(x)$ について解くと，

$$P^*(x)=\frac{S_b(A^*(x)-L_fW^*(x)-\pi_f^*)+S_f(L_bW^*(x)-\pi_b^*)}{S}, \tag{56}$$

$$W^*(x)=\frac{A^*(x)-W^*(x)L_f-P^*(x)-\pi_f^*}{S_f}. \tag{57}$$

次にフロント・オフィスとバック・オフィスを統合して立地する企業の付け値関数 $\Phi^*(x)$ を以下のように定義する。

$$\Phi^*(x)=\frac{A^*(x)-W^*(x)L-\pi^*}{S} \qquad for\, each\, x \in X. \tag{58}$$

既知の通り，上式 (52) は以下の関係式を含意している。

$$\Phi_f^*(x|x)=\Phi_b^*(x|x)=\Phi^*(x|x). \tag{59}$$

以上 (53)〜(57) より，以下の均衡付け値関数が得られる。

$$\Psi^*(x|x_w)=\Phi_f^*(x|x)=\Phi_b^*(x|x)=\frac{\alpha-L\bar{Z}-\pi^*}{S+S_hL}-\frac{1}{S+S_hL}\alpha x^2, \tag{60}$$

$$\pi^*=\beta M-\frac{1}{2}(S+S_hL)M^2\alpha-(S+S_hL)R_A-L\bar{Z}. \tag{61}$$

都市形状は前節の土地市場均衡条件より，全ての地点が最大付け値を支払い得る主体によって占められたときに均衡するので，パターン A は以下の条件式 (62)〜(64) を満たさなければいけない。

$$(a)\, \Psi^*(x|x_w) \leq \{\Phi^*(x), \Psi^*(x), R_A\}\, for\, all\, |x| \leq x_1, \tag{62}$$

$$(b)\, Given\, any\, x\, such\, that, |x| \leq x_1\, we\, have$$

$$\Phi_b^*(y|x) \leq \{\Phi^*(x), \Psi^*(x), R_A\}\, for\, all\, y \in X, \tag{63}$$

$$(c)\, Given\, any\, x\, such\, that, |x| \leq x_1\, we\, have$$

$$\Phi_b^*(z|x) \leq \{\Phi^*(z), \Psi^*(z), R_A\}\, for\, all\, z \in X, \tag{64}$$

$$\tag{65}$$

条件 (a) はいかなる立地点 $x \in |-x_1, x_1|$ を与えられても，家計の付け値関数 $\Psi^*(x|x_w)$ は常に $\Phi^*(x), \Psi^*(x), R_A$ の 3 つの関数を包絡線を越えないことを意味していおり，式 (18),(60) より，

$$\frac{\partial \Psi^*(x|x_w)}{\partial x} = \begin{cases} -t/S_h & x_w < x \\ t/S_h & x < x_w, \end{cases} \tag{66}$$

$$\frac{\partial \Psi^*(x)}{\partial x} = -\frac{2}{(S+S_hL)^2 \alpha x} \qquad for\, x > 0. \tag{67}$$

式 (67) は x に関する減少関数であり，条件式 (a) は以下の場合においてのみ満たされる。

$$\frac{\partial \Psi^*(x_1)}{\partial x} \geq \frac{\partial \Psi^*(x|x_w)}{\partial x}. \tag{68}$$

t についてまとめると，

$$t \geq \frac{S_h M \alpha}{S + S_h L}. \tag{69}$$

次に条件 (b) はいかなる立地点 $x \in |-x_1, x_1|$ を与えられても，バック・オフィスの付け値関数 $\Phi_b^*(y|x)$ は常に $\Phi^*(x), \Psi^*(x), R_A$ の 3 つの関数の包絡線を越えないことを意味していおり，式 (20),(60) より，

$$\frac{\partial \Phi_b^*(y|x)}{\partial y} = \begin{cases} -\frac{\gamma}{S_b} + \frac{2S_hL_b\alpha y}{S_b(S+S_hL)^2} & 0 < x < y, \\ \frac{\gamma}{S_b} + \frac{2S_hL_b\alpha y}{S_b(S+S_hL)^2} & y \leq x. \end{cases} \tag{70}$$

式 (67) は x に関する減少関数であり，条件式 (b) は以下の場合においてのみ満たされる。

$$\Phi_b^*(x_1|x) \leq \Phi^*(x) \equiv R_A, \tag{71}$$

$$where \qquad \lim_{y \to x} \Phi_b^*(y|x) + \frac{1}{S_b}K = \Phi^*(x). \tag{72}$$

以上をまとめると人口制約式 (48) より，

$$\gamma \leq \frac{S_b + S_H L_b}{S + S_h L} - \frac{2}{S + S_h L}\sqrt{(S_b + S_h L_b)\alpha K} \tag{73}$$

最後に条件 (c) はいかなる立地点 $x \in |-x_1, x_1|$ を与えられても，フロント・オフィスの付け値関数 $\Phi_f^*(z|x)$ は常に $\Phi^*(x), \Psi^*(x), R_A$ の 3 つの関数を包絡線を越えないことを意味している。この条件は (b) と同様の手順を踏み，条件 (c) も上式 (73) が満たされる場合においてのみ満たされることが証明される。以上より，パラメータ t, γ が式 (69) と (73) を満たす領域においてのみパターン A は均衡都市形状となると結論できる。（図 3 参照）

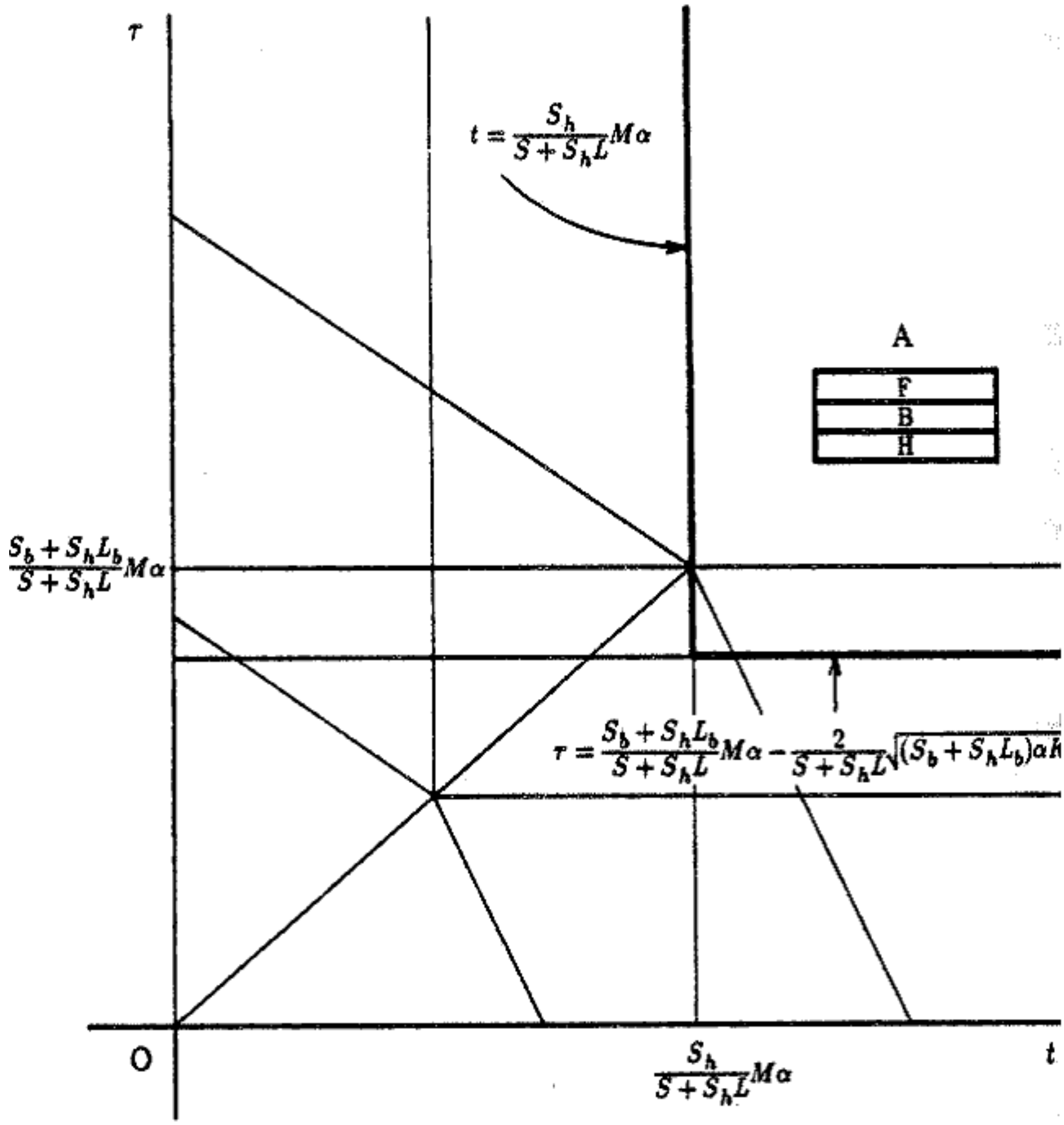

図 3: パターン A のパラメータ領域

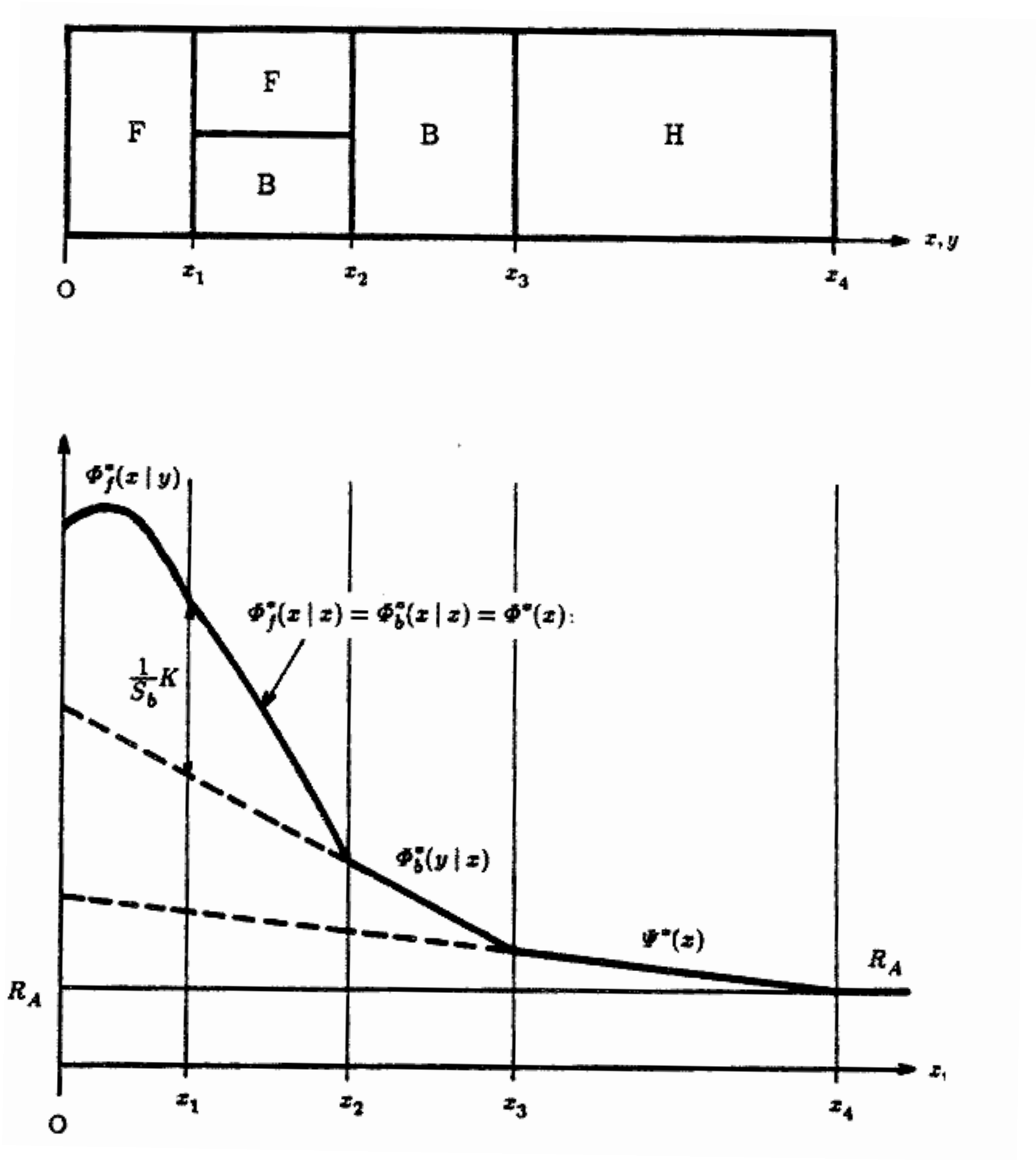
F
F
B
B
H
x, y
O
x_1
x_2
x_3
x_4
$\Phi_f^*(x \mid y)$
$\Phi_f^*(x \mid x) = \Phi_b^*(x \mid x) = \Phi^*(x)$:
$\frac{1}{S_b}K$
$\Phi_b^*(y \mid x)$
$\Psi^*(x)$
R_A
R_A
O
x_1
x_2
x_3
x_4

図 4: パターン F’

4.2 パターン F'

パターン F' は図 4 に示されるような左右対称の都市形状である。前節のパターン A とは異なり，一部のフロント・オフィス (M_1) が都市の中心部 $[-x_1, x_1]$ を占有しており，残りのフロント・オフィス (M_2) と一部のバック・オフィス (M_2) と統合して中心部から少し離れた領域 $[-x_2, -x_1], [x_1, x_2]$ に立地している。残りのバック・オフィス ($M - M_2 = M_1$) はさらに中心部から離れた領域 $[-x_3, -x_2], [x_2, x_3]$ を占有している。これらのオフィスに通勤する家計は郊外エリア $[-x_4, -x_3], [x_3, x_4]$ を占有しており，各主体の均衡分布密度関数は以下のように表わされる。

$$h^*(x) = \begin{cases} 1/S_h & for\, x_3 \leq |x| \leq x_4 \\ 0 & for\, elsewhere, \end{cases} \tag{74}$$

$$f^*(x) = \begin{cases} 1/S_f & for\, |x| \leq x_1 \\ 1/S & for\, x_1 \leq |x| \leq x_2 \\ 0 & for\, elsewhere, \end{cases} \tag{75}$$

$$b^*(x) = \begin{cases} 1/S & for\, x_1 \leq |x| \leq x_2 \\ 1/S_b & for\, x_2 \leq |x| \leq x_3 \\ 0 & for\, elsewhere. \end{cases} \tag{76}$$

更に，人口制約 (38),(39) より境界線関数 (x_1〜x_4) は以下の通りとなる。

$$\begin{aligned} x_1 &= S_f M_1/2, \\ x_2 &= (SM - S_b M_1)/2, \\ x_3 &= SM/2, \\ x_4 &= (SM - S_b M_1)/2. \end{aligned} \tag{77}$$

尚，M_1, M_2 は $|x| \leq x_1, x_1 \leq |x| \leq x_2$ に立地するフロント・オフィスの数であり，$M_1 + M_2 = M$ となるのは明らかである。このパターン F' のようにフロント・オフィスの占有領域 ($|x| \leq x_1$) とバック・オフィスの占有領域 ($x_2 \leq |x| \leq x_3$) の狭間の領域 ($x_1 \leq |x| \leq x_2$) を二つのオフィスを統合した企業が占有する土地利用パターンは，これまでの固定費用を考慮しない線形モデルでは導出できなかった都市形状の一つである。

この都市形状が均衡するパラメータ領域を算出するために，まず式 (17),(75),(76) を使って総合近接密度関数 $A^*(x)$ を計算する。

$$A^*(x) = \begin{cases} M\beta - \{\frac{1}{2}(x_2 + x_1)M_2 + \frac{1}{S_f}x_1^2\}\alpha - \frac{1}{S_f}\alpha x^2 & for\, |x| \leq x_1, \\ M\beta - \frac{1}{S_f}x_2^2\alpha - \frac{1}{S}S_b M_1 \alpha |x| - \frac{1}{S_f}\alpha x^2 & for\, x_1 \leq |x| \leq x_2, \\ M\beta - M\alpha & for\, x_2 \leq |x|. \end{cases} \tag{78}$$

ここで，$Z^* = \bar{Z}, \pi_f^*(y) = \pi_f^*, \pi_b^*(x) = \pi_b^*$ として各主体の均衡付け値関数を計算すると，

$$\Psi^*(x|x_w) = \frac{W^*(x_w) - t|x_w - x| - \bar{Z}}{S_h}, \tag{79}$$

$$\Phi_f^*(x|y) = \frac{A^*(x) - W^*(x)L_f - \gamma|x-y| - P^*(y) - \pi_f^*}{S_f}, \tag{80}$$

$$\Phi_b^*(y|x) = \frac{P^*(x) - W^*(y)L_b - \gamma|x-y| - \pi_b^*}{S_b}. \tag{81}$$

これで，均衡付け値関数を求める準備は整った。まず，式 (18),(29),(33) を用いて以下の境界線条件式を解く。

$$\Phi^*(x_4) = R^*(x_4) = R_A. \tag{82}$$

次に (29),(82) より，以下の家計の均衡付け値関数 $\Psi^*(x)$ が得られる。[2]

$$\Psi^*(x) = R_A + \frac{S + S_h L}{2S_h}Mt + \frac{1}{S_h}t|x| \qquad for\, x_3 \leq |x| \leq x_4. \tag{83}$$

$\Psi^*(x_3) = \Phi_b^*(x_3)$ が成り立つので，式 (77) を代入すると $\Phi_b^*(x)$ が求められる。

$$\Phi_b^*(x) = R_A + \frac{1}{2S_b}SM\gamma + \frac{1}{2S_b}(S_bL_f - S_fL_b)Mt - \frac{1}{S_b}\gamma - L_bt|x| \qquad for\, x_2 \leq |x| \leq x_3. \tag{84}$$

更に，$\Phi_b^*(x_2) = \Phi^*(x_2)$ が成り立つので，式 (77) を代入すると $\Phi^*(x)$ が求められる。

$$\begin{aligned}\Phi^*(x) = R_A &+ \frac{1}{4S^2}(S^2M^2 - S_b^2M_1^2)\alpha + \frac{1}{2}M_1\gamma + \frac{1}{2S}(S_bL_f - S_fL_b) \\ &- \frac{1}{S^2}S_bM_1\alpha - \frac{1}{S}(Lt)x - \frac{1}{S^2}\alpha x^2 \qquad for\, x_1 \leq |x| \leq x_2.\end{aligned} \tag{85}$$

最後に，$\Phi^*(x_1) = \Phi_f^*(x_1)$ が成り立つので，式 (77) を代入すると $\Phi_f^*(x)$ が求められる。

$$\Phi_f^*(x) = R_A + \frac{1}{4}\{(2M - M_2)M_2 + M_1^2\}\alpha + \frac{1}{S_f}(L_ft + \gamma) - \frac{1}{S_f^2}\alpha x^2 \qquad for\, |x| \leq x_1. \tag{86}$$

ここでパターン F' が均衡都市形状となるための均衡条件を整理すると，以下の 3 つの条件があげられる。

$$(a)\, \frac{\partial\Psi^*(x_3|x_w)}{\partial x} \geq \frac{\partial\Phi_b^*(x_3|x)}{\partial y}, \tag{87}$$

$$(b)\, \Phi_f^*(0|x) \geq \Phi_b^*(0|x) + \frac{1}{S_b}K, \tag{88}$$

$$(c)\, M_2 > 0. \tag{89}$$

[2]以降の計算は $W^*(x) = W^* - t|x|\, for\, all\, x,\ P^*(x) = P^* - \gamma|x|\, for\, all\, x$ として計算している。詳細については参考文献 [2],[6] を参照のこと

条件 (a) はいかなる $x \in [0, x_3]$ を与えられても，家計の付け値関数 $\Psi^*(x|x_w)$ はバック・オフィスの付け値関数 $\Phi_b^*(y|x)$ を超えないことを意味している。故に式 (83),(86) を用いて以下の関係式が得られる。

$$\gamma \geq \frac{S_b + S_h L}{S_h} t. \tag{90}$$

更に条件 (b) より，

$$\gamma \leq \frac{1}{2S} S_b M \alpha - \frac{1}{S}(S_b L_f - S_f L_b)t - \frac{1}{S_b} K. \tag{91}$$

(77),(84),(86) より以下の境界条件が得られ，

$$\Phi_f^*(0|y) = \Phi_b^*(0|x) + \frac{1}{S_b} K. \tag{92}$$

よって，

$$M_2 = M - \frac{1}{S_b \alpha} S\gamma - \frac{1}{S_b \alpha}(S_b L_f - S_f L_b)t \pm \tag{93}$$

$$\sqrt{\{M - \frac{1}{S_b \alpha} S\gamma - \frac{1}{S_b \alpha}(S_b L_f - S_f L_b)t\}^2 - \frac{4}{S_b} K}. \tag{94}$$

最後に条件 (c) と式 () より，

$$K > 0. \tag{95}$$

以上より，(91)〜(95) のパラメータ領域が満たされる場合においてのみ，パターン F' は均衡都市形状となり得る。

5　まとめ

本論文では固定費用 K を含んだ企業内通信費用を仮定することにより Ota.M(1993) の研究 [6] を拡張して都市形状の一般均衡モデルを構築し，K が都市形状に与える影響について分析した。その結果，本論文のモデルでは企業内通信に僅かでも固定費用 K が発生するとき，$K = 0$ で成立していたフロント・オフィスとバック・オフィスの占有領域が隣接するような均衡都市形状は存在し得ないことが確かめられた。

また，式 (73) より K が以下の条件式を満たすとき，

$$K \geq \frac{1}{4}(S_b + S_h L_b) M^2 \alpha, \tag{96}$$

全ての企業はフロント・オフィスとバック・オフィスを統合して立地せざるを得なくなることが明らかになった。つまり上式（96）の条件の下では，単位距離あたりのコミュニケーションが無料 ($\gamma = 0$) であっても，通勤費用 t と企業内通信固定費用 K が十分に高ければ，パターン A のように各主体の混合立地が均衡都市形状となる。換言すると通勤費用と企業内通信費用が十分に高いとき，各家計は通勤費用を削るため

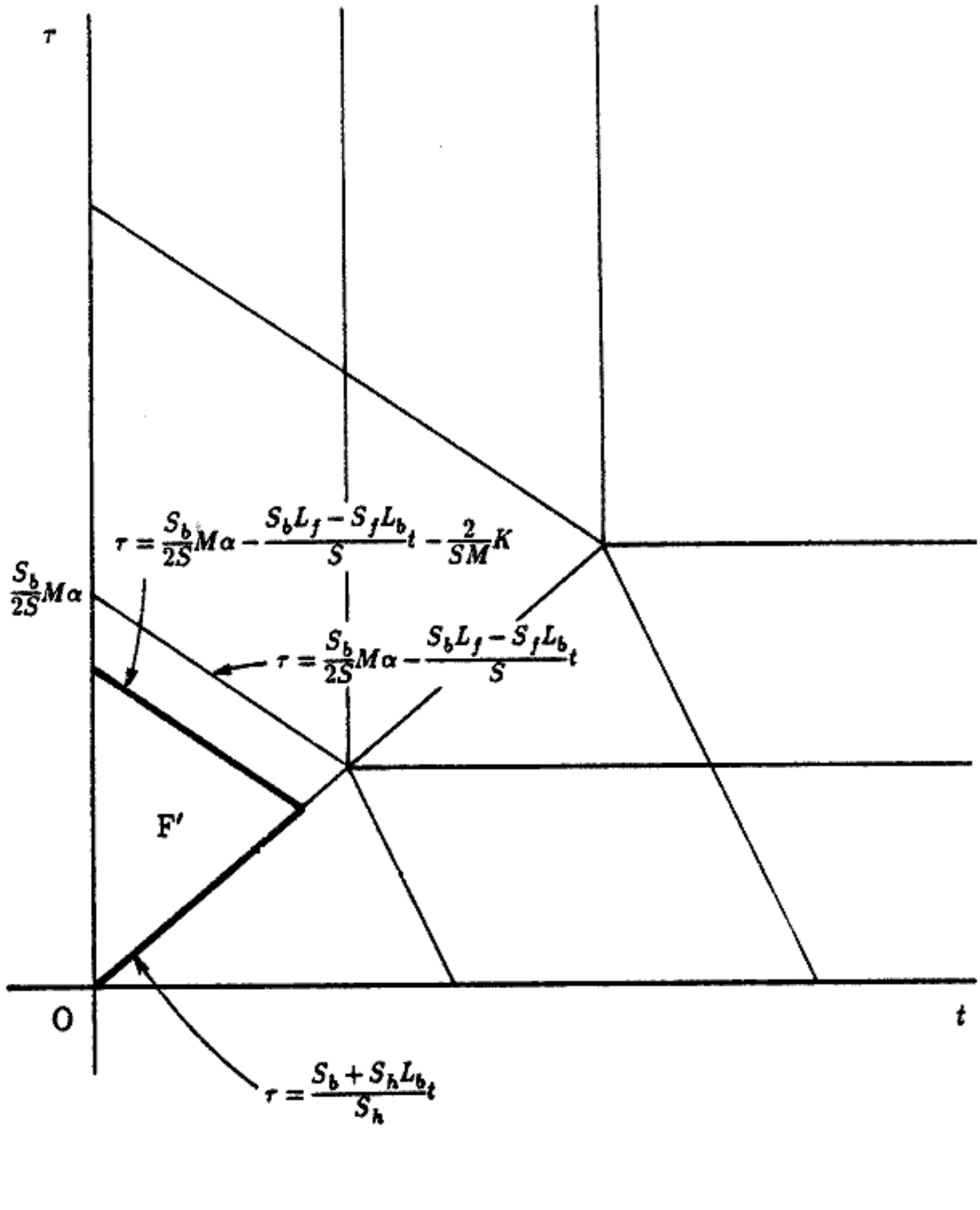

図 5: パターン F' のパラメータ領域

に就業地と同じ場所に居住し，企業は固定費用の発生を回避するためにフロント・オフィスとバック・オフィスを統合して立地するため，全ての主体が都市空間に一様の割合で混合して分布する。今後の課題としては例で示した以外のパターンの分析と解の一意性，従来のパターンとの連続性の解決などが挙げられる。

参考文献

[1] Beckman,MartinJ(1973), ”Equilibrium models of residential land use”, Regional and Urban Economics 3,361-368

[2] Fujita, M and H.Ogawa(1982), ”Multiple equilibria and structual taransition of nonmonocentric urban configurations”, Regional Science and Urban Economics 30,51-74

[3] Fujita, M(1989), ”Urban Economic Theory”,Cambridge University Press

[4] Fujita,M and JF Thisse(2002),”Economics of Agglomeration”,Cambridge University Press

[5] Ogawa, H. and M. Fujita,(1980),”Equilibrium land use in a nonmonocentric city”, Journal Regional Science20:455-475

[6] Ota,M.(1993),”Communication technologies and spatial organization of muti-unit firms in metropolitan areas ”,Regional Science and Urban Economics 23, 695-729

[7] 太田充 (1990),「通信技術の発達と企業の立地行動による大都市圏の土地利用空間構成に関する研究」,『都市計画論文集』第 25 巻, 日本都市計画学会,391-396

[8] 太田充 (1992),「通信技術革新と企業内立地行動変化に関する研究 - 通信の固定費用を考慮して-」,『都市計画論文集』第 27 巻, 日本都市計画学会,331-336

[9] 太田充 (1996),「企業の分離立地にともなう副都心成立の均衡土地利用分析」,『都市計画論文集』第 31 巻, 日本都市計画学会,67-72