故障発生現象がNHPPに従う場合のシステムのサービス可用性評価法に関する研究

経営システム研究室 岡野真人

1. はじめに

本研究では, ユーザの間欠的な使用状況を考慮したシステムのサービス指向型可用性評価法について議論する. ここで, システム自身の故障発生現象は, 非同次ポアソン過程 (NHPP) で記述されるものとする. 本モデルより, ユーザのシステム使用時間の確率分布を考慮することによって,「ユーザの使用要求がシステムの故障によって中断することなく完了できる確率」と定義される使用中のサービス・アベイラビリティなどのサービス指向の可用性評価尺度が導出される.

2. NHPP による故障発生現象の記述

時刻 s までに発生するシステム故障数を表す確率過程 $\{N(s), s \geq 0\}$ を導入し, これが以下の NHPP に従うものとすると次式を得る.

$$\left.\begin{aligned} \Pr\{N(s)=n\} &= \frac{[m(s)]^n}{n!}e^{-m(s)} \\ &\qquad (n=0,1,2,\ldots) \\ m(s) &= \int_0^s h(x)dx \qquad (s \geq 0) \end{aligned}\right\}. \tag{1}$$

ここで, $m(s)$ は時間区間 (0,s] において発生するシステムの故障数の期待値, $h(s)$ は時刻 s におけるシステム故障発生率を表す.

3. サービス可用性評価尺度

平均アベイラビリティは,

$$A_{av} \equiv \frac{\text{運用段階における動作可能時間}}{\text{システムの運用時間}}, \tag{2}$$

で定義される. これを式 (1) 中の $m(s)$ を用いて表すと,

$$A_{av}(s) = 1 - \frac{m(s)\cdot\mu}{s}, \tag{3}$$

となる. ここで, μ は 1 回のシステム故障発生に対する平均不動作時間を表す.

また, 運用段階における微小時間区間 (s,s+Δs] における $A_{av}(s)$ の極限を考えると, 次式を得る.

$$\begin{aligned} A_{in}(s) &= \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta s - [m(s+\Delta s) - m(s)]\cdot\mu}{\Delta s} \\ &= 1 - h(s)\cdot\mu. \end{aligned} \tag{4}$$

式 (4) は運用時刻 s における瞬間的な可用性評価尺度を表しており, これを時刻 s における瞬間アベイラビリティと呼ぶ.

ユーザがシステムを利用し始めてからの使用保持時間 Y が一般分布 $F_Y(t) \equiv \Pr\{Y \leq t\}$ に従うものとする. U_s を運用時刻 s から計測される故障発生時間間隔を表す確率変数, $R(x|s)$ を U_s の信頼度関数とすると,NHPP の性質より次式が得られる.

$$\begin{aligned} R(x|s) &\equiv \Pr\{U_s > x, I_u(s)=1\} \\ &= \Pr\{N(s+x) - N(s) = 0\} \\ &= \exp\{-[m(s+x) - m(s)]\} \\ &\qquad (s \geq 0, x \geq 0). \end{aligned} \tag{5}$$

$I_u(s)=1$ はユーザが時刻 s でシステムを利用している事象を表しているとする. このとき, 式 (5) より,

$$\begin{aligned} SA_u(s) &\equiv \Pr\{Y < U_s, I_u(s)=1\} \\ &= \int_0^\infty R(x|s)dF_Y(x), \end{aligned} \tag{6}$$

は, ユーザがシステムの故障によって中断することなく完了できる確率を表す. 式 (6) を使用中のサービスアベイラビリティと呼ぶことにする.

4. 数値例および考察

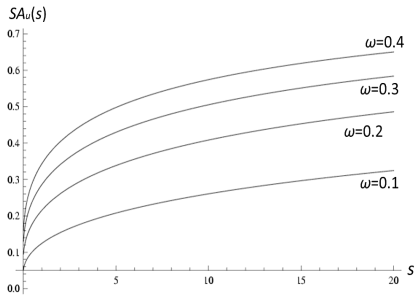

図 1 : ω と $SA_u(s)$ の関係
($m(s) \equiv \lambda s^\beta; \lambda = 2.0, \beta = 0.5$).

図 1 に,$F_Y(t) \equiv 1 - \exp[-\omega\cdot t]$ ($\omega > 0$) とおくときの ω と式 (6) の使用中のサービスアベイラビリティ$SA_u(s)$ の関係を示す. この図より, ユーザの継続使用時間が短いほどサービス可用性は高く評価されることがわかる.