システマビリティの導入法に関する一考察
～システムの故障発生現象をNHPPで記述した場合

経営システム研究室 浅沼憲晃

1. はじめに

本研究では，システムの故障発生現象が非同次ポアソン過程 (NHPP) で記述される場合のシステマビリティの導入法を考察する．NHPP の性質を利用して，任意の時間区間でシステム故障が発生しない確率を算出できるが，これにシステムの故障特性の差異を記述する環境係数を考慮し，これを確率変数として取扱い，システマビリティ関数を導出する．また，このシステマビリティ関数に基づく NHPP の平均値関数も示す．

2.NHPP による故障発生現象の記述

時刻 t' までに発生するシステムの故障発生数を表す確率過程 $\{N(t'), t' \geq 0\}$ を導入し，これが以下の NHPP に従うものとすると次式を得る．

$$\left.\begin{array}{l} \Pr\{N(t')=n\} = \frac{[H(t')]^n}{n!}e^{-H(t')} \\ \qquad\qquad (n=0,1,2,\ldots) \\ H(t') = \int_0^{t'} h(s)ds \quad (t' \geq 0) \end{array}\right\}. \tag{1}$$

ここで，$H(t') = E[N(t')]$ は NHPP の平均値関数，$h(t')$ は NHPP の強度関数 (時刻 t' における瞬間故障発生率) を表す．

NHPP の性質より，時間区間 $(t, t+x]$ でシステム故障が発生しない確率（信頼度関数）は，

$$R(x|t) = e^{[H(t)-H(t+x)]}, \tag{2}$$

で与えられる．

3. 環境係数の導入とシステマビリティ関数

試験段階とユーザの運用段階におけるシステム故障発生特性の差異を記述するために，環境係数 η を導入する．一般に，ユーザの運用段階におけるハザードレート $z^O(t)$ と試験段階におけるハザードレート $z(t)$ の間には以下の関係式が成り立つものとする．

$$z^O(t) = \eta \cdot z(t) \quad (\eta > 0). \tag{3}$$

式 (3) に対して，環境係数 η を確率変数として捉えることによって，システマビリティ関数は，

$$R(t) = \int_\eta e^{-\eta Z(t)} dG(\eta), \tag{4}$$

として与えられる．ただし，$G(x) = \Pr\{\eta \leq x\}$ は環境係数 η の分布関数を表す．よって，式 (2) に基づくシステマビリティ関数は，

$$R_s(x|t) = \int_\eta e^{[-\eta \int_t^{t+x} h(s)ds]} dG(\eta), \tag{5}$$

で与えられる．式 (5) は試験終了時刻が t のとき，その後の運用時間区間 $(t, t+x]$ の間にシステム故障が発生しない確率を表す．

4. 環境係数 η がガンマ分布に従う場合

環境係数 η の分布が以下の確率密度関数

$$g(x) \equiv \frac{\mathrm{d}G(x)}{\mathrm{d}x} = \frac{\beta^\alpha x^{\alpha-1} e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)}$$
$$(x > 0; \alpha > 0, \beta > 0), \tag{6}$$

をもつガンマ分布に従う場合を考える．ここで，α および β はそれぞれ形状パラメータおよび尺度パラメータを表し，

$$\Gamma(\alpha) \equiv \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx, \tag{7}$$

はガンマ関数を表す．このとき式 (5) のシステマビリティ関数は，

$$R_{sg}(x|t) = \left(1 + \frac{\int_t^{t+x} h(s)ds}{\beta}\right)^{-\alpha}, \tag{8}$$

で与えられる．また，運用時間区間 $(t, t+x]$ に発生するシステムの故障発生数の平均値は，

$$H_{sg}(x|t) = \alpha \log\left(1 + \frac{\int_t^{t+x} h(s)ds}{\beta}\right), \tag{9}$$

となる．

5. 数値例と考察

図 1 に，$\alpha = k\alpha_0$,$\beta = k\beta_0$ とおくときの $k(>0)$ の値と $H_{sg}(x|t)$ の関係を示す．この図より，k の値が大きくなるほど，すなわち環境係数の確信度合が大きいほど，システム故障発生数は大きく見積られる．

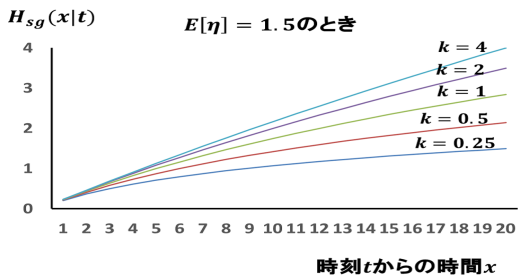

図 1: k と $H_{sg}(x|t)$ の関係 $(h(t) = r\mu t^{\mu-1}$, $t = 10, \alpha_o = 3, \beta_o = 2, r = 1, \mu = 1/2)$.