

# 情報の少ない水道事業体における管路の劣化予測手法

環境計画研究室 2013年2月15日 岸本雅史

## 1. 背景・目的

高度成長期に布設された上水道の管路が今後10~20年で法定耐用年数を迎え、大量更新時代を迎える。

簡便かつ定量的に診断する技術の研究開発が喫緊の課題

管路の劣化予測手法の一つとして、大規模事業体で作成している予測式を用いて予測する方法がある。

**デメリット** 多数の埋設環境データが必要で、大規模な調査が必要となるため中小規模事業体では適切な維持管理が難しい。

## 研究目的

多くの埋設環境データを持っていない中小規模事業体でも活用できる管路維持計画の支援システムの提案

## 2. 研究方法

ベイズの定理を用いれば手に入れたデータを過去のデータに取り込める

中小規模事業体の管理しているデータを大規模事業体を持つデータに取り込むことで予測の精度を上げることができる。

※ベイズの定理とは・・・

条件付き確率  $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$  から  $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)P(B)}{P(A)}$

確率を確率密度に解釈し直すと  $\pi(\theta|D) = \frac{f(D|\theta)\pi(\theta)}{P(D)} = k \cdot f(D|\theta)\pi(\theta)$  (k:定数)

事後分布

尤度 事前分布

事前分布と尤度を仮定し、それを掛け合わせることで事後分布を与える

## 3. 予測方法の提案

事業体のもつ情報量に応じてケース毎に予測方法の提案を行う。ここでは一つだけ紹介する。

### 仮定

- 破損率の推定式:  $\lambda = a't^b$  ( $\lambda$ : 破損率,  $t$ : 埋設年数,  $a'$ ,  $b$ : 係数)  
 $\lambda = a't^b$  の対数  $\ln \lambda = y$ ,  $\ln a' = a$ ,  $\ln t = x$  とする。
- $a$ ,  $b$  の分布:  $N_a(\mu_a, \sigma_a)$ ,  $N_b(\mu_b, \sigma_b)$
- 観測値:  $y_i = a + bx_i + \varepsilon$  に従う。  $\varepsilon$ : 正規分布に従う誤差
- 延長して埋設年  $t$  の管路に対し破損数  $n$  のデータが得られた
- 分散: 既知

この仮定のもとで、

事前分布は

$$\Pi(a, b) = \Pi_0(a)\Pi_0(b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_a} \exp\left\{-\frac{(a-\mu_a)^2}{2\sigma_a^2}\right\} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_b} \exp\left\{-\frac{(b-\mu_b)^2}{2\sigma_b^2}\right\}$$

尤度関数は

$$L(x, y | a, b) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left\{-\frac{(y_i - a - bx_i)^2}{2\sigma_y^2}\right\}$$

よって  $a, b$  に関する事後分布は

$$\Pi_1(a, b) = L(x, y | a, b)\Pi_0(a, b) \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{(1-\rho^2)}\frac{(a-\mu_a^*)^2}{\sigma_a^{*2}} - 2\frac{\rho}{\sigma_a^{*2}\sigma_b^{*2}}(a-\mu_a^*)(b-\mu_b^*) + \frac{(b-\mu_b^*)^2}{\sigma_b^{*2}}\right]\right\}$$

ただし

$$\mu_a^* = \frac{\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_b^2}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sigma_y^2} + \frac{\mu_a}{\sigma_a^2}\right) - \sum_{i=1}^n x_i \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sigma_y^2} + \frac{\mu_b}{\sigma_b^2}\right)}{\left(\frac{n}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_a^2}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_b^2}\right) - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sigma_y^2}\right)^2}, \quad \mu_b^* = \frac{\left(\frac{n}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_a^2}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sigma_y^2} + \frac{\mu_b}{\sigma_b^2}\right) - \sum_{i=1}^n x_i \left(\frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sigma_y^2} + \frac{\mu_a}{\sigma_a^2}\right)}{\left(\frac{n}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_a^2}\right)\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_b^2}\right) - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sigma_y^2}\right)^2}$$

$$\sigma_a^{*2} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_b^2}}{\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_b^2}\right)\left(\frac{n}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_a^2}\right) - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sigma_y^2}\right)^2}, \quad \sigma_b^{*2} = \frac{\left(\frac{n}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_a^2}\right)}{\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_b^2}\right)\left(\frac{n}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_a^2}\right) - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sigma_y^2}\right)^2}$$

$$\rho = \frac{\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sigma_y^2}\right)^2}{\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_b^2}\right)\left(\frac{n}{\sigma_y^2} + \frac{1}{\sigma_a^2}\right)}$$

$N_a(\mu_a, \sigma_a)$ ,  $N_b(\mu_b, \sigma_b)$  から

$N_a^*(\mu_a^*, \sigma_a^*)$ ,  $N_b^*(\mu_b^*, \sigma_b^*)$  に修正

破損率の推定式  $\lambda = a't^b$

から修正した破損率  $\lambda$  を求める

## 4. 提案した方法の検証

### 仮定

管路延長: 100 (km)

$N_a(\mu_a, \sigma_a) = (-26.785, 0.2025)$

$N_b(\mu_b, \sigma_b) = (6.502, 3.25)$

分散:  $\sigma_y = 1$

表1. 作成した観測値 表2. 作成した観測値

1年目		2年目	
t(年)	n(件)	t(年)	n(件)
40	3	40	5
50	28	50	17
60	57	60	77

1年目

a:  $N_a^*(\mu_a^*, \sigma_a^*) = (-26.7824, 0.2025)$

b:  $N_b^*(\mu_b^*, \sigma_b^*) = (6.4152, 0.1565)$

2年目

a:  $N_a^*(\mu_a^*, \sigma_a^*) = (-26.777, 0.2955)$

b:  $N_b^*(\mu_b^*, \sigma_b^*) = (6.4279, 0.1108)$

計算すると

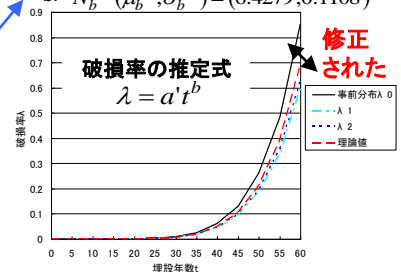


図1. 埋設年数tにおける破損率λの事前分布と事後分布

## 5. まとめ

### 従来の方法

多数の埋設環境データが必要で、中小規模事業体では適切な維持管理が難しい

### 提案した方法

- 水道事業体の手に入れた情報量に応じた予測ができる
- 毎年更新される破損データに基づいた管路の破損率の算出が容易にできる